الجزء الأول

التمريـــن الأول

أجب بـ : صح أو خطأ مع التبرير

1) المعادلة: $lnx^2 = \ln(3x+4)$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ .... (1.25)

2) حل المعادلة التفاضلية: $y' + 3y = 2$ والذي يحقق $f(0) = \frac{-1}{3}$ هو الدالة : $f(x) = -e^{-3x} + \frac{2}{3}$ .... (1.25)

3) حل المتراجحة: $\log(x-1) > -3$ في $]1, +\infty[$ هو : $s =]1+e^{-3}; +\infty[$ .... (1.25)

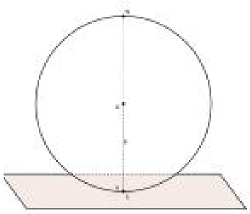
4) $\Big[-\quad\quad\quad\Big)\Big]$ نقبل أن: (...........................(1.25)

التمريـــن الثاني

(التوقيـــت:30د)

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقط:

والمستوي (P) الذي معادلته:



1) . أ) أحسب بعد النقطة Ω عن المستوي (P).. (0.75)

ب) استنتج أن معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها Ω والمماسة للمستوي (P) هي:

(01.25)...

2). أ) بين ان النقط C, B, A تعين مستوي.. (0.75)

ب) عين شعاع ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)....... (0.5+01)

3). أ) تحقق من أن سطح الكرة (S) مماس للمستوي (ABC).. (0.75)

ب) أحسب المسافة ΩC واستنتج نقطة تماس (S) والمستوي.................................. (0.5+0.5)

التمريـــن الثالث

(التوقيـــت:50د)

الجزء الثاني

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

1. أحسب نهايتي الدالة g عند $+\infty$ وعند $-\infty$ .... (0.5+0.25)
2. أدرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها .... (0.5+0.5)
3. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\propto$ حيث : $\propto \in]1.68, 1.69[$ واستنتج إشارة $g(x)$ .... (0.5+0.75)

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{e^x+4x-1}{e^x+1}$، (C_f) تمثيلها البياني

1. أحسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ وماذا تستنتج بالنسبة إلى (C_f) .... (0.25+0.25+0.5)
2. أثبت أن : $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x+1)^2}$ .... (0.75)
3. بين أن: $f(\propto) = 4\propto -5$ ثم أعط حصرا للعدد $f(\propto)$ .... (0.25+0.25)
4. أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .... (0.25+0.25)
5. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = 4x - 1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$ .... (0.5)

   وأدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .... (0.5)
6. أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .... (0.5)
7. أرسم كلا من (T) و (Δ) و (C_f) .... (0.5+0.25+0.25)
8. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي عدد وإشارة حلول المعادلة : .... (0.75)

التمرين الاول:

1) صحيح ، التبرير:

المعادلة معرفة على $]-\infty[\ \cup\ ]0;+\infty[$ ، تكافئ $\left]\frac{-4}{3};0\right[\cup]0;+\infty[$ تكافئ $x^2-3x-4=0$ ، $\Delta=25$ لها حلان هما و

2) صحيح، التبرير: تكتب المعادلة $y'=-3y+2$ حلولها $y=ce^{-3x}+\frac{2}{3}$ ، تحقق $f(0)=\frac{-1}{3}$ أي – –

أي $c=-1$ ومنه –

3) خطأ ، التبرير: المتراجحة معرفة على $]1;+\infty[$ ، تكافئ $x-1>10^{-3}$ أي $\infty[$ $]1$

4) خطأ ، التبرير:

$$\left[\frac{2x}{}-ln(x+1)\right]=\lim\frac{1}{}[2x-(x+1)\ln(x+1)]=$$

لأن : $(x+1)\ln(x+1)=0$ حسب

التمرين الثاني:

1) أ.) $(\Omega;(p))=\frac{|1-3|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

ب) (p) يمس (s) معناه $r=d(\Omega;(p))=\sqrt{2}$ أي $(s):(x-0)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=(\sqrt{2})$

ومنه: (S):

2). أ) بما أن $\overrightarrow{AB}(-1;1;-1)$ و $\overrightarrow{AC}(0;-1;0)$ غير مرتبطان خطيا فالنقط C, B , A تعين مستوي

ب) لدينا $\vec{n}(a;b;c)$ ناظمي لـ (ABC) معناه $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0$ و $\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0$ أي $-a+b-c=0$ و $-b=0$ أي

و $b=0$ ، بوضع $c=1$ نجد $a=-1$ و $b=0$ ومنه $\vec{n}(-1;0;1)$

معادلة (ABC) من الشكل: حيث: $a=-1$ و $b=0$ و $c=1$ أي

(ABC): وبماأن A تنتمي إلى (ABC) فإن $-1-2+d=0$ أي $d=3$ ومنه

(ABC):

3). أ) لدينا $r=\sqrt{2}=\frac{|-1+3|}{\sqrt{2}}=d(\Omega;(ABC))$ أي (ABC) يمس سطح الكرة (S)

ب) $\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$ ، بماأن و C تنتمي إلى (ABC) فإن نقطة التماس هي C

التمرين الثالث:

1 –) $\lim_{x\to-\infty}g(x)=2$ و $(x)=-\infty$

2) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $g'(x)=(1-2x)e^x$ ومنه اشارة g' من نفس اشارة

أي g متزايدة على $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$ و متناقصة على $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ ، ومنه جدول تغيرات g كالاتي:

	–
$'(x)$	
$g(x)$	2 ↗ $g(-)$ ↘

3) الدالة g متناقصة ومستمرة على $[1\quad 69]$ و $g(1\ 69)$ $g(\quad 68)$ ، إذن حسب نظرية القيم المتوسطة

المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\propto$ حيث

– اشارة (x)

$g(x)$	

II . 1) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$ ، نستنتج أن $(d): y = 1$ مستقيم مقارب ل (C_f)

2) نثبت ببساطة أن من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x+1)^2}$

3) لدينا $g(\alpha) = 0$ ومنه $(3 - 2\alpha)e^{\alpha} + 2 = 0$ وبماأن $f(\alpha) = \frac{e^{\alpha}+4\alpha-1}{e^{\alpha}+1}$، فإن $f(\alpha) = \frac{(2\alpha-1)(4\alpha-5)}{(2\alpha-1)}$

وعليه $f(\alpha) = 4\alpha - 5$

نعلم أن $1.68 < \alpha < 1.69$ ومنه $4 \times 1.68 - 5 < f(\alpha) < 4 \times 1.69 - 5$، أي

$1.72 < f(\alpha) < 1.76$

4) اشارة f' هي من نفس اشارة g وسبق أن درسنا اشارة $g(x)$ وعليه جدول تغيرات f كالآتي:

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$4\alpha - 5$	$\searrow$	1

5) لدينا $\lim_{x\to-\infty} [f(x) - (4x-1)] = \lim_{x\to-\infty} \left[\frac{e^x+4x-1}{e^x+1} - (4x-1)\right] = \lim_{x\to-\infty} \frac{2(1-2x)e^x}{e^x+1} = 0$

ومنه المستقيم $(\Delta): y = 4x - 1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$

الوضعية: حسب ماسبق اشارة $f(x) - y$ من نفس اشارة $(1-2x)$أي

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x) - y$	$+$	0	$-$
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)		(C_f) تحت (Δ)

(C_f) و (Δ) يتقاطعان في النقطة $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

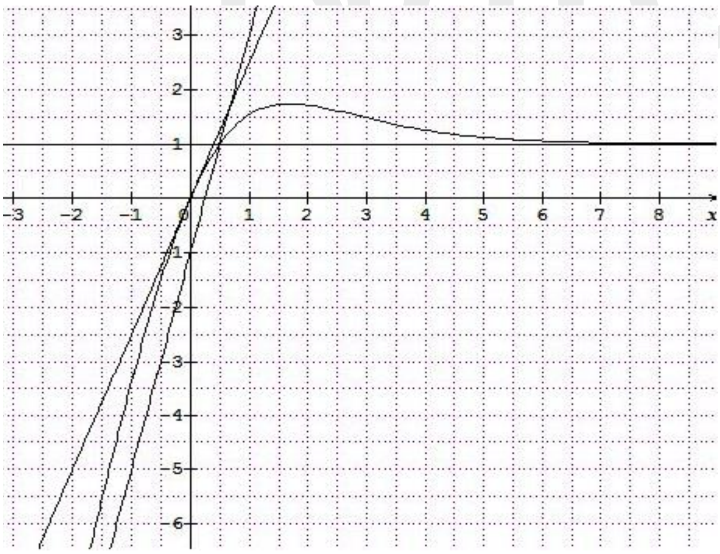
6) معادلة (T) مماس (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0 هو: $y = \frac{5}{2}x$

7) الرسم

8) المناقشة البيانية: لدينا $me^x - 4x + m + 2 = 0$ يعني $m(e^x + 1) = 4x - 2$ أي $m = \frac{4x-2}{e^x+1}$

ومنه $m + 1 = 1 + \frac{4x-2}{e^x+1}$ أي $f(x) = m + 1$،حلول هذه المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم $y = m + 1$

أي:



- ✓ إذا $m < -1$ فإن للمعادلة حل وحيد سالب
- ✓ إذا $-1 \leq m \leq 0$ فإن للمعادلة حل وحيد موجب
- ✓ إذا $0 < m \leq 4\alpha - 6$ للمعادلة حلين موجبين تماما
- ✓ إذا $m = 4\alpha - 6$ فإن للمعادلةحل وحيد موجب تماما
- ✓ إذا $m > 4\alpha - 6$ فإن المعادلة لا تقبل حلولا